

УДК 535-3

DOI: 10.18413/2075-4639-2018-50-2-161-169

**КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРОХОЖДЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛН  
ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ РАССЕЙЯНИИ  
В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ****THE COEFFICIENTS OF TRANSMISSION AND REFLECTION OF X-WAVES UN-  
DER DYNAMIC SCATTERING IN A PERIODIC LAYERED MEDIUM****С.В. Блажевич, А.В. Носков, О.Ю. Шевчук  
S.V. Blazhevich, A.V. Noskov, O.Yu. Shevchuk**Белгородский национальный исследовательский университет,  
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85Belgorod National Research University,  
85 Pobedy St, Belgorod, 308015, RussiaE-mail: [blazh@bsu.edu.ru](mailto:blazh@bsu.edu.ru); [noskovbupk@mail.ru](mailto:noskovbupk@mail.ru)**Аннотация**

В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции рассматривается прохождение и отражение свободной плоской рентгеновской волны в периодической слоистой среде в общем случае асимметричного отражения рентгеновской волны относительно поверхности мишени. Для геометрии рассеяния Брэгга получены выражения, описывающие коэффициенты прохождения и отражения рентгеновских волн через мишень конечной толщины.

**Abstract**

The passage and reflection of a free plane x-ray wave in a periodic layered medium in the general case of the reflection asymmetric relative to target surface are considered within the scope of the two-wave approach of the dynamical theory of diffraction. In the Bragg scattering geometry, the expressions describing the coefficients of passage and reflection of the x-ray wave in the target of finite thickness are derived.

**Ключевые слова:** рентгеновские волны, периодическая слоистая среда, коэффициенты отражения и прохождения.

**Keywords:** x-ray waves, periodic layered environment, coefficients of reflection and passing.

**Введение**

Известно, что дифракция рентгеновских волн в монокристалле хорошо описывается динамической теорией в случае, когда толщина кристалла превышает длину экстинкции рентгеновских волн, на которой формируется дифракционный максимум. Впервые выражения, описывающие коэффициенты отражения и прохождения рентгеновских волн через монокристалл в динамическом подходе, были получены Захарьясенем [1]. Важный эффект, заключающийся в аномальном прохождении рентгеновских волн через монокристалл, был обнаружен и исследован экспериментально Борманом [2]. Лауэ показал, что эффект Бормана является следствием динамического рассеяния рентгеновских волн в монокристалле [2].

Последовательный теоретический анализ рассеяния рентгеновских волн в многослойных рентгеновских зеркалах был проведен в работах [3-4]. Выражение для коэффициента отражения в таких структурах было впервые получено в работе [3].

До настоящего времени рассеяние рентгеновских волн в многослойных зеркалах достаточно активно исследовалось (см. [5-10]), однако в рамках динамической теории дифракции в общем случае асимметричного отражения не рассматривалось.

Использование слоистых периодических структур вместо монокристаллов открывает дополнительные возможности как фундаментального исследования процессов прохождения и отражения рентгеновских волн, поскольку позволяет плавно и в широких пределах варьировать основные параметры структуры, так и на основе создаваемых структур осуществлять новые специальные приложения, что может быть невозможным с использованием монокристаллов.

При этом изучение динамических эффектов в прохождении и отражении излучения в таких структурах представляет особый интерес, поскольку эти эффекты могут в значительной степени изменить результаты, ожидаемые, например, с точки зрения кинематического подхода.

В настоящей работе на основе динамической теории дифракции рассматривается рассеяние плоской рентгеновской волны, падающей на слоистую мишень конечной толщины в геометрии рассеяния Брэгга. Рассматривается общий случай асимметричного отражения рентгеновской волны, когда слои мишени располагаются под некоторым углом к поверхности мишени.

### Коэффициенты отражения и прохождения рентгеновских волн

Пусть рентгеновская волна с волновым вектором  $\mathbf{k}$  падает на многослойную периодическую слоистую структуру (рис.1), состоящую из периодически расположенных аморфных слоев толщиной  $a$  и  $b$  ( $T = a + b$  - период структуры), имеющих соответственно диэлектрические восприимчивости  $\chi_a$  и  $\chi_b$ .

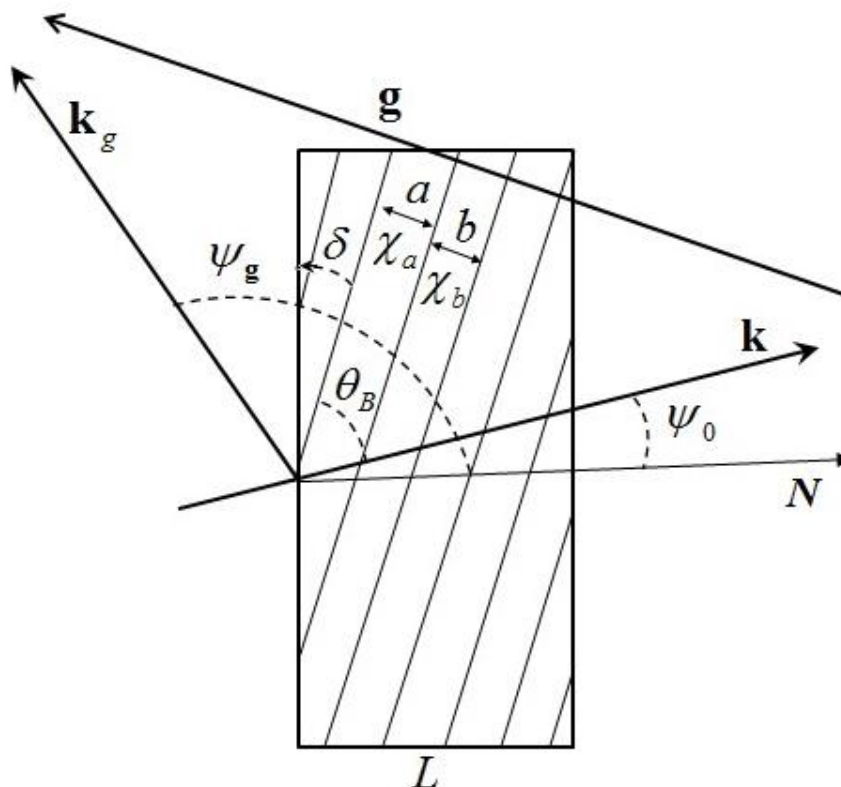


Рис.1. Геометрия процесса рассеяния рентгеновской волны в периодической слоистой среде.  
Fig. 1. Geometry of process of dispersion of a x-ray wave in the periodic layered environment.

Фурье-образ электрического поля  $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3\mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$  будем находить из уравнения Максвелла:

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 0, \quad (1)$$

где  $\chi_0$  – средняя диэлектрическая восприимчивость, а  $\chi_{\mathbf{g}}, \chi_{-\mathbf{g}}$  – коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости периодической структуры по векторам  $\mathbf{g}$ :

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} (\chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}). \quad (2)$$

Вектор  $\mathbf{g}$  определен аналогично вектору обратной решетке в кристалле, он перпендикулярен слоям мишени и его длина определяется так:

$$g = \frac{2\pi}{T} n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Длина вектора  $\mathbf{g}$  может быть выражена через угол Брэгга  $\theta_B$  и частоту Брэгга  $\omega_B$ :  $g = 2\omega_B \sin \theta_B$ . Величины  $\chi_0$  и  $\chi_{\mathbf{g}}$  для рассматриваемой периодической слоистой среды определяются как

$$\chi_0(\omega) = \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b, \quad \chi_{\mathbf{g}}(\omega) = \frac{\exp(-iga) - 1}{igT} (\chi_b - \chi_a). \quad (3)$$

Влияние вещества на распространение в нем рентгеновских волн определяется только величинами  $\chi_0(\omega)$  и  $\chi_{\mathbf{g}}(\omega)$ . При этом в случае асимметричного отражения ( $\delta \neq 0$ , см. рис.1) вблизи передней и задней границы мишени (на толщине порядка толщины наибольшего слоя) эти величины будут меняться вдоль границы, потому что будут меняться вдоль границы толщины слоев  $a$  и  $b$ , так как они будут обрезаны. Но, поскольку когерентное рассеяние излучения происходит на большом количестве слоев, изменение рассматриваемых величин  $\chi_0(\omega)$  и  $\chi_{\mathbf{g}}(\omega)$  вблизи границ мишени никак не скажется на коэффициентах отражения и прохождения.

Так как распространяющаяся рентгеновская волна является поперечной, то падающая  $\mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega)$  и дифрагированная  $\mathbf{E}_{\mathbf{g}}(\mathbf{k}, \omega)$  электромагнитные волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}_{\mathbf{g}}(\mathbf{k}, \omega) &= E_{\mathbf{g}}^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(1)} + E_{\mathbf{g}}^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_0^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}$ , а векторы  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ .

Векторы  $\mathbf{e}_0^{(2)}, \mathbf{e}_1^{(2)}$  лежат в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$  ( $\pi$ -поляризация), а вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  перпендикулярны ей ( $\sigma$ -поляризация). В рассматриваемой структуре уравнение (1) сводится к системе уравнений:



$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2\chi_{-g}C^{(s,\tau)}E_g^{(s)} = 0 \\ \omega^2\chi_gC^{(s,\tau)}E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2)E_g^{(s)} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

которая аналогична системе уравнений, используемой в двухволновом приближении динамической теории дифракции рентгеновских волн в монокристалле [2].

Величина  $C^{(s,\tau)}$  в системе (5) имеет следующий вид:

$$C^{(s,\tau)} = \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)} = (-1)^\tau C^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|, \quad (6)$$

Система уравнений (5) при  $s=1$  и  $\tau=2$  описывает поля  $\sigma$ -поляризованные. При  $s=2$  система (5) описывает поля  $\pi$ -поляризованные, при этом, если  $2\theta_B < \frac{\pi}{2}$ , то  $\tau=2$ , в противном случае  $\tau=1$ .

Решим следующее из системы (5) дисперсионное уравнение:

$$\left[ \omega^2 \left( 1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) - k^2 \right] \left[ \omega^2 \left( 1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) - k_g^2 \right] - \omega^4 \chi_{-g} \chi_g C^{(s)^2} = 0 \quad (7)$$

стандартным методом динамической теории [10]. Волновые векторы падающего и дифрагированного фотонов в периодической слоистой среде запишем в следующем виде:

$$k = \omega \sqrt{1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b + \lambda_0}, \quad k_g = \omega \sqrt{1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b + \lambda_g}, \quad (8)$$

где  $\lambda_0$  и  $\lambda_g$  – динамические добавки к длине волнового вектора, которые связаны соотношением

$$\lambda_g = \frac{\omega\beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_0}, \quad (9)$$

где  $\beta = \alpha - \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \left( 1 - \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \right)$ ,  $\alpha = \frac{1}{\omega^2} (k_g^2 - k^2)$ ,  $\gamma_0 = \cos \psi_0$ ,  $\gamma_g = \cos \psi_g$ ,  $\psi_0$  – угол между волновым вектором падающей волны  $\mathbf{k}$  и вектором нормали к поверхности пластинки  $\mathbf{N}$ ,  $\psi_g$  – угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_g$  и вектором нормали (см. рис.1).

Подставляя (8) в (7) и учитывая, что динамические добавки малы

$$|\lambda_0| \ll \omega \quad (\lambda_0^2 \ll 2\omega\lambda_0), \quad |\lambda_g| \ll \omega \quad (\lambda_g^2 \ll 2\omega\lambda_g),$$

а также условие  $\left| \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right| \ll 1$ , запишем дисперсионное уравнение (7) в виде

$$\lambda_0 \lambda_g - \frac{\omega^2}{4} \chi_{-g} \chi_g C^{(s)^2} = 0. \quad (10)$$

Решая (10) с учетом (9), получим выражения для динамических добавок к волновому вектору падающей и дифрагированной волн:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_g} \left( -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right), \quad (11a)$$

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left( \beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right). \quad (11б)$$

Еще раз отметим, что дисперсионное уравнение (7) дает только два значимых решения в рентгеновской области частот, так как выполняются неравенств:  $\lambda_0^2 \ll 2\omega\lambda_0$  и  $\lambda_g^2 \ll 2\omega\lambda_g$ .

Решая систему уравнений (5), получим выражения для амплитуд электрических полей в периодической слоистой среде и вне ее. Амплитуды поля падающей рентгеновской волны в вакууме перед мишенью:

$$E_0^{(s) vac I} = E_0^{(s)} \delta \left( \lambda_0 + \frac{\omega}{2} \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \right); \quad (12a)$$

падающей рентгеновской волны в периодической слоистой среде:

$$E_0^{(s) medium} = E_0^{(s)(1)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) + E_0^{(s)(2)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(2)}); \quad (12б)$$

дифрагированной рентгеновской волны в периодической слоистой среде:

$$E_g^{(s) medium} = E_g^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E_g^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}). \quad (12в)$$

Амплитуда поля прошедшей рентгеновской волны в вакууме позади мишени:

$$E_0^{(s) vac II} = E_0^{(s)'} \delta \left( \lambda_0 + \frac{\omega}{2} \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \right); \quad (12г)$$

и амплитуда поля отраженной рентгеновской волны в вакууме перед мишенью:

$$E_g^{(s) vac I} = E_g^{(s)'} \delta \left( \lambda_g + \frac{\omega}{2} \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \right). \quad (12д)$$

Будем учитывать, что амплитуды падающей и дифрагированной рентгеновских волн в периодической слоистой среде связаны соотношением

$$E_0^{(s) medium} = \frac{2\omega\lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}} E_g^{(s) medium}, \quad (13)$$

которое следует из второго уравнения системы (5).

Для нахождения коэффициента прохождения рентгеновских волн через периодическую слоистую среду воспользуемся граничными условиями на входной и выходной поверхностях периодической слоистой среды:

$$\int E_0^{(s) vac I} d\lambda_0 = \int E_0^{(s) medium} d\lambda_0,$$



$$\int E_0^{(s)medium} \exp\left(i \frac{\lambda_0}{\gamma_0} L\right) d\lambda_0 = \int E_0^{(s)vacII} \exp\left(i \frac{\lambda_0}{\gamma_0} L\right) d\lambda_0,$$

$$\int E_g^{(s)medium} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L\right) d\lambda_g = 0. \quad (14a)$$

Из (14a) следуют соответственно выражения:

$$E_0^{(s)} = E_0^{(s)(1)} + E_0^{(s)(2)},$$

$$E_0^{(s)(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(1)}}{\gamma_0} L\right) + E_0^{(s)(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(2)}}{\gamma_0} L\right) = E_0^{(s)'} \exp\left(-i \frac{\omega\chi_0}{2\gamma_0} L\right),$$

$$\frac{E_0^{(s)(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right)}{\lambda_g^{(1)}} + \frac{E_0^{(s)(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right)}{\lambda_g^{(2)}} = 0. \quad (14б)$$

Из уравнений (14б) следует отношение амплитуд напряженностей полей рентгеновской волны в вакууме позади мишени и в вакууме перед мишенью:

$$\frac{E_0^{(s)'}}{E_0^{(s)}} = \exp\left(i \frac{\omega\chi_0}{2\gamma_0} L\right) \frac{\exp\left(i \frac{\lambda_0^{(1)}}{\gamma_0} L\right) \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(2)}}{\gamma_0} L\right) (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})}{\lambda_g^{(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(2)}}{\gamma_0} L\right) - \lambda_g^{(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(1)}}{\gamma_0} L\right)}. \quad (15)$$

Для нахождения коэффициента отражения рентгеновских волн воспользуемся следующими обычными граничными условиями на входной и выходной поверхностях периодической слоистой среды:

$$\int E_0^{(s)vacI} d\lambda_0 = \int E_0^{(s)medium} d\lambda_0,$$

$$\int E_g^{(s)medium} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L\right) d\lambda_g = 0,$$

$$\int E_g^{(s)medium} d\lambda_g = \int E_g^{(s)vacI} d\lambda_g. \quad (16 a)$$

Из (16 a) следуют соответственно выражения:

$$E_0^{(s)} = E_0^{(s)(1)} + E_0^{(s)(2)},$$

$$E_g^{(s)(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right) + E_g^{(s)(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) = 0,$$

$$E_g^{(s)(1)} + E_g^{(s)(2)} = E_g^{(s)'}. \quad (16 б)$$

Из (16 б) получим выражение для отношения амплитуд полей дифрагированной рентгеновской волны в вакууме впереди мишени и падающей в вакууме впереди мишени:

$$\frac{E_g^{(s)'}}{E_0^{(s)}} = \frac{\omega \chi_g C^{(s,\tau)}}{2} \frac{\exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) - \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right)}{\lambda_g^{(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) - \lambda_g^{(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right)}. \quad (17)$$

Представим динамические добавки  $\lambda_0$  и  $\lambda_g$  (11) для волнового вектора падающей и волнового вектора дифрагированной волн излучения в периодической слоистой среде в виде:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{C^{(s)} |\chi'_b - \chi'_a| \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{2\pi n \varepsilon} \left( \xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \mp K^{(s)} \right), \quad (18a)$$

$$\lambda_g^{(1,2)} = \omega \frac{C^{(s)} |\chi'_2 - \chi'_1| \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{2\pi n} \left( \xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \pm K^{(s)} \right), \quad (18b)$$

где использованы обозначения:

$$K^{(s)} = \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)}(\omega) - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2} \left( \frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2} \varepsilon \right)},$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1+\varepsilon}{2v^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi^2 n^2}{T^2 \omega_B} L_{ext} \left( \frac{\omega}{\omega_B} - 1 \right),$$

$$L_{ext}^{(s)} = \frac{1}{\omega} \frac{\pi n}{\left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right| |\chi'_b - \chi'_a| C^{(s)}}, \quad \omega_B = \frac{\pi n}{T \sin \theta_B}, \quad \varepsilon = \frac{|\gamma_g|}{\gamma_0} = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)},$$

$$v^{(s)} = \frac{C^{(s)} \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{\frac{\pi n}{1+b/a}} \frac{|\chi'_b - \chi'_a|}{|\chi'_b + (b/a)\chi'_a|}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{C^{(s)} \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{\frac{\pi n}{1+b/a}} \frac{|\chi''_b - \chi''_a|}{|\chi''_a + (b/a)\chi''_b|},$$

$$\rho^{(s)} = \frac{\chi''_a + (b/a)\chi''_b}{1+b/a} \frac{\pi n}{\left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right) \right| |\chi'_b - \chi'_a| C^{(s)}}, \quad L_{abs} = \frac{1+b/a}{\omega(\chi''_a + (b/a)\chi''_b)}. \quad (19)$$

Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство  $\frac{2\pi^2 n^2}{T^2 \omega_B} L_{ext}^{(s)} \gg 1$ ,

$\eta^{(s)}(\omega)$  является быстрой функцией от частоты  $\omega$ , поэтому для дальнейшего анализа удобно рассматривать  $\eta^{(s)}(\omega)$  или  $\xi^{(s)}(\omega)$  как спектральную переменную вместо  $\omega$ . Спектральные функции  $\xi^{(s)}(\omega)$  и  $\eta^{(s)}(\omega)$  отличаются слагаемым  $\frac{1+\varepsilon}{2v^{(s)}}$ , которое описывает преломление рентгеновской волны при пересечении границ мишени.



Параметр поглощения  $\rho^{(s)}$  может быть представлен как отношение длины экстинкции  $L_{ext}^{(s)}$  к длине поглощения  $L_{abs}$  рентгеновских волн в периодической слоистой среде:  $\rho^{(s)} = \frac{L_{ext}^{(s)}}{L_{abs}}$ .

Параметр  $v^{(s)}$ , принимающий значения в промежутке  $0 \leq v^{(s)} \leq 1$ , определяет степень отражения поля от периодической слоистой структуры, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей: конструктивным ( $v^{(s)} \approx 1$ ) или деструктивным ( $v^{(s)} \approx 0$ ).

Параметр  $\kappa^{(s)}$  определяет степень проявления эффекта аномального низкого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских волн через периодическую слоистую структуру. Необходимым условием проявления эффекта Бормана для периодической слоистой структуры, является  $\kappa^{(s)} \approx 1$ .

Параметр асимметрии отражения  $\varepsilon$  при фиксированном значении  $\theta_B$  определяется ориентацией входной поверхности мишени относительно отражающих слоев (угол  $\delta$  на рис.1). При уменьшении угла падения ( $\theta_B + \delta$ ) рентгеновской волны на мишень параметр  $\delta$  становится отрицательным и далее возрастает по модулю (в предельном случае  $\delta \rightarrow -\theta_B$ ), что приводит к росту параметра  $\varepsilon$ . Напротив, при увеличении угла падения  $\varepsilon$  убывает (предельный случай  $\delta \rightarrow \theta_B$ ). В случае симметричного отражения, когда  $\delta = 0$ , параметр асимметрии  $\varepsilon = 1$ . На рис.1 указано положительное направление угла  $\delta$ .

Используя (17), (15) и определения коэффициентов отражения и прохождения

рентгеновских волн  $R = \frac{|\gamma_g| \left| \frac{E_g^{(s)'}}{E_0^{(s)}} \right|^2}{\gamma_0}$ ,  $T = \left| \frac{E_0^{(s)'}}{E_0^{(s)}} \right|$ , получим развернутые выражения для ко-

эффициентов отражения и прохождения рентгеновских волн через периодическую слоистую среду:

$$R^{(s)} = \varepsilon \left| \frac{1 - \exp\left(-i \frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}} K\right)}{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} + K - \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} - K\right) \exp\left(-i \frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}} K\right)} \right|^2, \quad (20)$$

$$T^{(s)} = 4|K|^2 \left| \frac{\exp\left(i \frac{L_f^T}{2L_{ext}^{(s)}} \varepsilon \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} - K\right)\right)}{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} + K - \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} - K\right) \exp\left(-i \frac{L_f^T}{L_{ext}^{(s)}} K\right)} \right|^2 \exp\left(-\frac{\rho}{L_{ext}^{(s)}} L_f^T\right) \quad (21)$$

Здесь  $L_f^T = \frac{L}{\sin(\theta_B + \delta)}$  – длина пути рентгеновской волны, проходящей через мишень,

$L_f^R = \frac{L}{\sin(\theta_B - \delta)}$  – длина пути дифрагированной волны, распространяющейся от задней границы мишени к передней (максимальный путь отраженной волны в мишени).



### Заключение

В строгом динамическом подходе построена теория прохождения и отражения свободных рентгеновских волн в периодической слоистой мишени конечной толщины для общего случая асимметричного отражения. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции получены коэффициенты отражения и прохождения рентгеновских волн через данную структуру.

### Список литературы

#### References

1. Zachariasen W.H. 1945. Theory of X-Rays Diffraction in Crystals, New. York: J. Wiley, Sons.
2. Pinsker Z. 1984. Dynamical Scattering of X-rays in Crystals, Springer, Berlin.
3. Виноградов В., Зельдович Б. Я. 1977. О многослойных зеркалах для рентгеновского и далекого ультрафиолетового диапазона. Оптика и Спектроскопия, 42 (4): 709-714.  
Vinogradov V., Zeldovich B.Ya. 1977. About multilayered mirrors for x-ray and far ultra-violet range. Optics and Spectroscopy, 42 (4): 709-714.
4. Виноградов А.В., Кожевников И.В. 1989. Многослойные рентгеновские зеркала Труды ФИАН, 196: 62.  
Vinogradov A.V., Kozhevnikov I.V. of 1989. Multilayered x-ray mirrors, Works FIAN, 196: 62
5. Drozdov M.N., Drozdov Y.N., Chkhalo N.I., Polkovnikov V.N., Salashchenko N.N. 2015. The role of ultra-thin carbon barrier layers for fabrication of La/B4C interferential mirrors: Study by Time-of-flight Secondary Ion Mass Spectrometry and High-resolution Transmission Electron Microscopy, Thin Solid Films.
6. Dogadin V. O., Zuev S. Yu., Salashchenko N. N., Chkhalo N. I., Shcherbakov A. V. 2015. Design of a soft X-ray and extreme UV reflectometer equipped with a high-resolution monochromator and high-brightness laser-plasma radiation source. J. Synch. Investig, 9(4), 726.
7. Pirozhkov A. S. , Ragozin E. N. 2015. Aperiodic multilayer structures in soft X-ray optics. Phys. Usp., 58(11): 1095–1105.
8. Chkhalo N.I., Churin S.A., Mikhaylenko M.S., Pestov A.E., Polkovnikov V.N., Salashchenko N.N., Zorina M.V. 2016. Ion-Beam Polishing of Fused Silica Substrates For Imaging Soft X-Ray and Extreme Ultraviolet Optics. Appl. Optics, 55(6): 1249–1256.
9. Huang Q., Medvedev V., Van de Kruijs R., Yakshin A., Louis E., Bijkerk F. 2017. Spectral tailoring of nanoscale EUV and soft x-ray multilayer optics. Appl. Phys. Rev., 4(1).
10. Malyshev I.V., Chkhalo N.I., Akhsahalian A.D., Toropov M.N., Salashchenko N.N., Pariev D.E. 2017. Surface shape measurement of mirrors in the form of rotation figures by using point diffraction interferometer. J. Mod. Opt., 64(4): 413–421