УДК 533.72:532
DOI 10.18413/2075-4639-2019-51-1-104-114

ОСОБЕННОСТИ ДИФФУЗИО-И ФОТОФОРЕТИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ КРУПНОЙ СЛАБО ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ КАПЛИ ПРИ МАЛЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕПАДАХ ТЕМПЕРАТУРЫ

FEATURES OF DIFFUSION-AND PHOTOPHORETIC MOTION OF LARGEWEAKLY EVAPORATING DROPLET AT SMALL RELATIVE TEMPERATURE DIFFERENCES

[1)]Н.В. Малай, [2)]Е.Р. Щукин, [1)]И.М. Зинькова, [3)]З.Л. Шулиманова
[1)]N.V. Malay, [2)]E.R. Shchukin, [1)]I.M. Zinkova, [3)]Z.L. Shulimanova

[1]Белгородский национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, г.Белгород, ул. Победы, 85
Belgorod National Research University,
85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia

[2]Объединенный институт высоких температур РАН,
Россия, Москва, ул. Ижорская, д. 13/19
The Leading Scientist of Joint Institute for High Temperatures
of the Russian Academy of Science,
13/19 Izhora St, Moscow, Russia

[3]Российский университет транспорта (МИИТ),
Россия, 125190, Москва, ул. Часовая, д. 22/2
Russian University of Transport,
22/2 Hour St, Moscow, 125190, Russia

E-mail: malay@.bsu.edu.ru; evgrom@yandex.ru;
zinaida110@yandex.ru; 781596@bsu.edu.ru

Аннотация

В квазистационарном приближении при числах Рейнольдса и Пекле много меньших единицы решена задача о влиянии движения среды (учет конвективных членов в уравнениях диффузии и теплопроводности) на диффузио-и фотофорез крупной слабо испаряющейся капли сферической формы, внутри которой действуют тепловые источники в бинарной вязкой газообразной среде. Получены аналитические формулы для силы и скорости упорядоченного движения капли, в которых учтено не только тепловое и диффузионное скольжения, но и зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры. Проведенные качественные оценки показали, что движение среды не влияет на диффузиофорез.

Abstract

In the *quasistationary* approximation when the Reynolds and Pecle many smaller units solved the problem of the influence of motion of the medium (account of convective members in the equations of diffusion and thermal conductivity) diffusion-and photophoresis of the large evaporating droplets loosely of spherical shape, inside which there are heat sources in binary viscous gaseous medium. Analytical formulas for the force and velocity of the droplet motion are obtained, which take into account not only thermal and diffusion sliding, but also the dependence of the surface tension coefficient on temperature. Qualitative assessments have shown that the movement of the medium does not affect diffusiophoresis.

Ключевые слова: диффузиофорез, фотофорез аэрозольной частицы сферической формы.
Keywords: diffusiophoresis, photophoresis of an aerosol particle of the spherical form.

Введение

В многокомпонентных газах с неоднородным распределением температуры и концентрации может возникнуть упорядоченное движение частиц, обусловленное действием сил молекулярного происхождения. Их появление вызвано передачей нескомпенсированного импульса частицам молекулами газообразной среды. При этом движение частиц, обусловленное внешним заданным градиентом концентрации, называют диффузиофорезом [Яламов, 1985]. Это явление отчетливо проявляется в процессах испарения и конденсации [Яламов, 1972] .

Явление фотофореза в газе заключается в движении частиц в поле электромагнитного излучения под действием радиометрической силы [Preining, 1966]. Механизм фотофореза можно кратко описать следующим образом. При взаимодействии электромагнитного излучения с частицей внутри нее происходит выделение тепловой энергии с некоторой объемной плотностью q_i, которая неоднородно нагревают частицу. Молекулы газа, окружающие частицу, после соударения с ее поверхностью отражаются от нагретой стороны частицы с большей скоростью, чем от холодной. В результате частица приобретает нескомпенсированный импульс, направленный от горячей стороны частицы к холодной. В зависимости от размеров и оптических свойств материала частицы более горячей сможет оказаться как освещенная, так и теневая сторона частицы. Поэтому имеет место как положительный (движение частицы в направлении излучения), так и отрицательный фотофорез. Кроме того, если поток излучения неоднороден по сечению, то может возникнуть поперечное относительно направления распространения электромагнитного излучения движение частицы в газе. Явления диффузио-и фотофореза практически всегда сопутствуют термодинамически неравновесным дисперсным системам.

Диффузи- и фотофоретическая сила может оказывать значительное влияние на процесс осаждения частиц в каналах тепло- и массообменников, на движение частиц в зонах просветления дисперсных систем и в окрестностях вымывающих частицы капель; может использоваться при проведении тонкой очистки небольших объемов газов, отборе аэрозольных проб, нанесении заданной толщины специальных покрытий из частиц, получении высококачественных оптических волокон и.д. Поэтому изучение особенностей диффузио–и фотофоретического движения различного вида аэрозольных частиц является важным и актуальным вопросом, представляющим как научный, так и практический интерес.

1. Постановка задачи

Рассматривается крупная слабо испаряющаяся капля сферической формы радиуса R с плотностью ρ_i и вязкостью μ_i, внутри которой действуют неравномерно распределенные источники тепла плотностью q_i, помещенная в неограниченную бинарную газовую смесь с плотностью ρ_e и вязкостью μ_e. С помощью внешних источников в газе стационарно поддерживаются градиенты относительных концентраций компонент смеси $\nabla C_{1\infty}$ и $\nabla C_{2\infty}$. Через C_1 и C_2 обозначены отношения $C_1 = n_1/n_e$, $C_2 = n_2/n_e$, $C_1 + C_2 = 1$, $n_e = n_1 + n_2$ – полное количество молекул в единице объема, $\rho_e = \rho_1 + \rho_2$ – плотность бинарной газовой смеси, $\rho_1 = n_1 m_1$, $\rho_2 = n_2 m_2$, n_1, m_1 и n_2, m_2 –

соответственно, концентрация и масса молекул первого и второго компонента бинарной газовой смеси. Между градиентами $\nabla C_{1\infty}$ и $\nabla C_{2\infty}$ имеется очевидное соотношение $\nabla C_{1\infty} = -\nabla C_{2\infty}$. Капля считается крупной. Для классификации частиц по размерам применяют критерий Кнудсена [Яламов, 1972]: $Kn = \lambda / R$, где $\lambda -$ средняя длина свободного пробега молекул газа, $R -$ характерный размер частицы. Частицы называют крупными, если $Kn \le 0{,}01$ и умеренно крупными при $0{,}01 \le Kn \le 0{,}3$.

Задача решается в сферической системе координат r,θ,φ $\left(0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi\right)$, начало которой совпадает с центром масс капли. Полярную ось направим вдоль градиента относительной концентрации молекул первого компонента $\nabla C_{1\infty}$ (ось Oz направлена горизонтально). При указанном выборе начала системы координат каплю можно считать покоящейся, а бинарную смесь – движущейся с постоянной скоростью $\boldsymbol{U}_\infty$ относительно центра капли. Таким образом, наша задача сводится к анализу обтекания слабо испаряющейся капли бесконечным плоскопараллельным потоком, скорость которого $\boldsymbol{U}_\infty$ подлежит определению. Определенная в такой системе координат скорость газа на бесконечности равна с обратным знаком величине скорости диффузио–и фотофореза капли. Индексы "e" и "i" здесь и далее будем относить к газу и капле, индексом "s"– обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности капли равной T_{iS}, а индексом "∞"– обозначены средние значения физических величин, характеризующие бинарную газовую среду в отсутствии внешнего градиента концентрации $\nabla C_{1\infty}$.

Распределения скорости $\boldsymbol{U_e}$, давления P_e, температур T_e, T_i и относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси C_1 должны быть симметричны относительно оси, проходящей через центр, т.е. зависят только от радиальной координаты r и полярного угла θ. При теоретическом описании диффузио– и фотофореза будем предполагать, что в силу малости времен тепловой и диффузионной релаксации процессы тепло–и массопереноса в системе капля–газ протекают квазистационарно; времена релаксации малы по сравнению с характерным временем переноса капли; капля при своем движении сохраняет сферическую форму. Это справедливо, если выполняется условие $\sigma / R >> \mu_e U / R -$ силы внешнего давления малы по сравнению с давлением, вызванным межфазным (жидкость–газ) поверхностным натяжением. Здесь $\sigma -$ коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела капля–бинарная газовая смесь; $U -$ абсолютная величина скорости газовой смеси относительно капли. Капля образована однородным и изотропным по своим свойством веществом. Движение частицы происходит при числах Рейнольдса и Пекле много меньших единицы и при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности, т.е. когда $\left(T_e - T_{e\infty}\right)/T_{e\infty} << 1$. При выполнении этого условия коэффициенты молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности и диффузии) можно считать постоянными, а бинарный газ рассматривать как несжимаемую среду.

Если $\left(T_{iS} - T_{e\infty}\right)/T_{e\infty} \sim 0(1)$, то при решении уравнений газовой динамики необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. В этом случае газообразная среда считается неизотермической и система газодинамических уравнений, описывающая такую среду ставится существенно нелинейной. В научной литературе имеется мало работ, посвященных исследованию движения частиц при значительных относительных перепадах температуры в газообразных средах, в частности рассматривались, например, гравитационное движение нагретых частиц [Малай, 2008;

Малай, 2011], фотофорез нагретых крупных частиц [Малай, 2012], термофорез крупных нагретых частиц [Малай, 2016]. В этих работах показано, что нагрев поверхности частиц существенно влияет на их движение.

В рамках сформулированных выше допущений распределения массовых скоростей U_e и U_i, давлений P_e и P_i, температур T_e, T_i и относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси C_1 описываются следующей системой уравнений [Ландау, 1988; Хаппель, 1976]:

$$\mu_e \Delta U_e = \nabla P_e, \ \operatorname{div} U_e = 0, \tag{1.1}$$

$$\mu_i \Delta U_i = \nabla P_i, \ \operatorname{div} U_i = 0, \tag{1.2}$$

$$\rho_e c_{pe} (U_e \nabla) T_e = \lambda_e \Delta T_e, \ (U_e \nabla) C_1 = D_{12} \Delta C_1, \tag{1.3}$$

$$\rho_i c_{pi} (U_i \nabla) T_i = \lambda_i \Delta T_i + q_i, \tag{1.4}$$

которая решалась со следующими граничными условиями, записанные в сферической системе координат

$$r = R, \quad U_r^{(e)} = U_r^{(i)} = 0, \qquad U_\theta^{(e)} - U_\theta^{(i)} = K_{TS} \frac{\nu_e}{R T_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{DS} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_1}{\partial \theta},$$

$$T_e = T_i, \quad -\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} = -\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} - \sigma_0 \sigma_1 \left(T_i^4 - T_{e\infty}^4\right), \ \frac{\partial C_1}{\partial r} = 0, \tag{1.5}$$

$$\mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^{(e)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(e)}}{r} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \mu_i \left(\frac{\partial U_\theta^{(i)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^{(i)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(i)}}{r} \right),$$

$$r \to \infty, \quad U_r^{(e)} = U_\infty \cos\theta, U_\theta^{(e)} = -U_\infty \sin\theta, \ P_e = P_\infty,$$

$$T_e = T_{e\infty}, \ C_1 = C_{1\infty} + |\nabla C_{1\infty}| \, r \cos\theta \tag{1.6}$$

$$r \to 0, \qquad T_i \neq \infty, \ P_i \neq \infty, U_i \neq \infty. \tag{1.7}$$

Здесь U_r, U_θ – радиальная и касательная компоненты массовой скорости; σ_0 – постоянная Стефана-Больцмана, ν_e – коэффициент кинематической вязкости; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; σ_1 – интегральная степень черноты вещества капли; D_{12} – коэффициент взаимной диффузии; λ_e, λ_i – коэффициенты теплопроводности газообразной среды и капли; U_∞ – величина скорости набегающего потока.

В граничных условиях на поверхности частицы (1.5) учтены условия непроницаемости для нормальной компоненты и тепловое и диффузионное скольжения для касательных компонент массовой скорости; равенства температур и радиальных потоков тепла с учетом излучения и непрерывность касательных компонент тензора напряжений с учетом зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры. Выражения для газокинетических коэффициентов K_{TS}, K_{DS} получены в ходе решения уравнения Больцмана [Поддоскин, 1982]. При коэффициентах аккомодации тангенциальной проекции импульса и энергии газовых молекул равных единице, значения газокинетических коэффициентов равны [Поддоскин, 1982] $K_{TS} \approx 1{,}161$, $K_{DS} \approx 0{,}3$.

На большом расстоянии от частицы ($y \to \infty$) справедливы граничные условия (1.6), а конечность физических величин, характеризующих частицу при $y \to 0$ учтено в (1.7).

Обезразмерим уравнения и граничные условия, введя безразмерную координату, скорость и температуру следующим образом: $y_k = x_k / R$, $V = U / U_\infty$, $t = T / T_{e\infty}$. Здесь в качестве единицы измерения расстояния выбран радиус капли R, температура $T_{e\infty}$ и скорость U_∞. Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные $\rho_e, \mu_e, \lambda_e, c_{pe}$ и сохраняющиеся в процессе движения капли $R, T_{e\infty}, |\nabla C_{1\infty}|$ и U_∞. Из этих параметров можно составить три безразмерные комбинации: числа Рейнольдса $(\mathrm{Re} = \rho_e R U_\infty / \mu_e)$, число Пекле $(Pe = \rho_e c_{pe} R U_\infty / \lambda_e = \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr},\ \mathrm{Pr} = c_{pe}\mu_e / \lambda_e)$ и малый безразмерный параметр $\varepsilon = R|\nabla C_{1\infty}|$.

Заметим, что при описании диффузиофореза $\varepsilon = R|\nabla C_{1\infty}|$ играет роль малого параметра [Яламов, 1972], а при описании фотофореза роль малого параметра играет число Рейнольдса [Яламов, 1985, с. 62]. Действительно, скорость частицы в поле градиента относительной концентрации первого компонента по порядку величины равна $|U_{dh}| \sim \left| D_{12} \left| \frac{\Delta C_1}{L} \right| \right| \sim \frac{D_{12}}{R}\varepsilon$ [Яламов, 1972]. Здесь $\frac{\Delta C_1}{L} -$ средний градиент относительной концентрации вдали от частицы. Этот градиент равен отношению перепада концентрации ΔC_1 на конечном отрезке L. Скорость диффузиофореза равна с обратным знаком скорости центра инерции газовой среды на большом расстоянии от частицы, поэтому число Рейнольдса построенное по характерной скорости равно $\mathrm{Re} = \frac{|U_{dh}|R}{D_{12}} \sim \varepsilon$. Скорость фотофореза равна с обратным знаком скорости центра инерции газовой среды на большом расстоянии от частицы. Поэтому фотофоретическая скорость частицы по порядку величины равна $|U_{ph}| \sim \left| \frac{\nu_e}{\lambda_i R^3 T_{e\infty}} \int\limits_V q_i\, z\, dV \right|$ [Preining, 1966], где $\int\limits_V q_i\, z\, dV -$ дипольный момент плотности тепловых источников q_i, неоднородно распределенных в объеме частицы. Тогда число Рейнольдса, построенное по этой характерной скорости равна $\mathrm{Re} = \frac{|U_{ph}| R \rho_e}{\mu_e} = \varepsilon$. Здесь $\varepsilon = \frac{1}{\lambda_i R^2 T_{e\infty}} \int\limits_V q_i\, z\, dV$. Таким образом, для фотофореза роль малого параметра играет число Рейнольдса, а для диффузиофореза – ε.

При нахождении диффузио–и фотофоретической силы и скорости ограничимся поправками первого порядка малости по ε.

Вид граничных условий указывает на то, что выражения для компонент массовой скорости U_r и U_θ ищутся в виде разложений по полиномам Лежандра и Гегенбауэра [Хаппель, 1976]. Известно [Хаппель, 1976], что для определения общей силы, действующей на частицу, достаточно определить первые члены этих разложений. Компоненты массовой скорости будем искать в виде:

$$U_r(y,\theta) = \cos\theta\, G(y),\ U_\theta(y,\theta) = -\sin\theta\, g(y). \tag{1.8}$$

Здесь $G(y)$ и $g(y) -$ произвольные функции, зависящие от координаты $y = r/R$.

В обезразмеренном виде уравнения тепло- и и массопереноса принимают следующий вид:

$$\varepsilon \mathrm{Pr}(V_e \nabla) t_e = \Delta t_e,\quad \varepsilon (V_e \nabla) C_1 = \Delta C_1, \tag{1.9}$$

$$\varepsilon \beta_0 (V_i \nabla) t_i = \Delta t_i + \beta_3 q_i. \tag{1.10}$$

Здесь $\beta_1 = \dfrac{\mu_e}{D_{12}\rho_e}$, $\beta_0 = \dfrac{\rho_i c_{pi}\mu_e}{\lambda_i \rho_e}$, $\beta_3 = \dfrac{R^2}{\lambda_i T_{e\infty}}$.

2. Распределения температуры, концентрации и скорости в окрестности слабо испаряющейся капли. Анализ полученных результатов

Решение уравнений гидродинамики (1.1)–(1.2) ищутся в виде разложений по полиномам Лежандра и Гегенбауэра [Хаппель, 1976]. Известно [Хаппель, 1976], что для определения общей силы, действующей на частицу, достаточно определить первые члены этих разложений. С учетом этого и выражений (1.8),общие выражения для компонент массовой скорости и давления имеют вид [Хаппель, 1976]:

$$P\,(y,\theta) = P_0 + \frac{\mu}{R}\cos\theta\left(\frac{A_2}{y^2} + 10yA_4\right), \tag{2.1}$$

$$U_r\,(y,\theta) = \cos\theta\left(\frac{A_1}{y^3} + \frac{A_2}{y} + A_3 + A_4 y^2\right),\; U_\theta(y,\theta) = -\sin\theta\left(-\frac{A_1}{2y^3} + \frac{A_2}{2y} + A_3 + 2A_4 y^2\right). \tag{2.2}$$

Здесь μ – динамическая вязкость (газ, жидкость), постоянные интегрирования A_1, A_2, A_3 A_4, P_0 определяются из граничных условий, $y = r/R$.

Удобно рассматривать диффузио–и фотофорез в системе координат в мгновенном положении центра масс частицы. В этом случае газ на бесконечности покоится, а сама частица движется с характерной скоростью $\boldsymbol{U} = -\,\boldsymbol{U}_\infty$. С учетом этого, выражения для обезразмеренных компонент массовой имеют вид:

$$V_r^{(e)}(y,\theta) = \cos\theta\left(\frac{A_1}{y^3} + \frac{A_2}{y}\right),\quad V_\theta^{(e)}(y,\theta) = -\sin\theta\left(-\frac{A_1}{2y^3} + \frac{A_2}{2y}\right), \tag{2.3}$$

$$V_r^{(i)}(y,\theta) = \cos\theta\left(A_3 + A_4 y^2\right),\quad V_\theta^{(i)}(y,\theta) = -\sin\theta\left(A_3 + 2A_4 y^2\right), \tag{2.4}$$

С учетом выражений (2.3)–(2.4), решая уравнения (1.9)–(1.10) методом разделения переменных, получаем следующие выражения для t_e, t_i и C_1 ($t_k = T_k/T_{e\infty}$, $k = e,i$), удовлетворяющие граничным условиям (1.6)–(1.7)

$$t_e(y,\theta) = t_{e0}(y) + \varepsilon t_{e1}(y,\theta),\; t_i(y,\theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon t_{i1}(y,\theta), C_1(y,\theta) = C_{1\infty}(y) + \varepsilon C_{11}(y,\theta), \tag{2.3}$$

где $t_{e0}(y) = 1 + \dfrac{\Gamma_0}{y}$, $t_{i0}(y) = B_0 + \dfrac{C_0}{y} - \dfrac{1}{y}\displaystyle\int_y^1 \psi_0 dy + \int_y^1 \frac{\psi_0}{y}dy$, $\omega_0 = \Pr\Gamma_0$, $C_0 = \dfrac{1}{4\pi R\lambda_i T_{e\infty}}\displaystyle\int_V q_i dV$,

$$t_{e1}(y,\theta) = \cos\theta\left[\frac{\Gamma_1}{y^2} + \frac{\omega_0}{2}\left(\frac{A_2}{y} - \frac{A_1}{2y^3}\right)\right], \psi_0 = -\frac{R^2}{2\lambda_i T_{e\infty}}y^2\int_{-1}^{+1} q_i(r,\theta)dx, \Omega_0(y) = \int_0^y \psi_0\, dy,$$

$$C_1 = \frac{1}{3}\left[\int_1^0 y\psi_1 dy + \beta_0\int_1^0\left(A_3 y + A_4 y^3\right)\Omega_0 dy\right],\; \int_1^0 y\psi_1 dy = \frac{3}{4\pi R^2\lambda_i T_{e\infty}}\int_V q_i\, z\, dV,\; x = \cos\theta,$$

$$t_{i1}(y,\theta) = \cos\theta\left[B_1 y + \frac{C_1}{y^2} + \frac{1}{3}\left(y\int_1^y \frac{\psi_1}{y^2}dy - \frac{1}{y^2}\int_1^y \psi_1 y dy - \frac{\beta_0}{y^2}\int_1^y\left(A_3 y + A_4 y^3\right)\Omega_0 dy + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \beta_0 y\int_1^y\left(\frac{A_3}{y} + A_4\right)\Omega_0 dy\right)\right], \psi_1 = -\frac{3R^2}{2\lambda_i T_{e\infty}}y^2\int_{-1}^{+1} q_i(r,\theta)x\,dx,\; C_{11}(y,\theta) = \cos\theta\left(y + \frac{1}{2y^2}\right),$$

$z = r\cos\theta, dV = r^2 \sin\theta\, d\theta d\varphi dr$, $\int\limits_V q_i z dV -$ дипольный момент плотности тепловых источников [Малай, 2012], $\Pr -$ число Прандтля [Ландау, 1988].

Постоянные интегрирования, входящие в выражения для полей температур определяются из граничных условий на поверхности частицы. В частности для коэффициентов Γ_0, Γ_1 имеем:

$$\Gamma = \frac{3}{4\pi R^2 \lambda_{iS} \delta T_{e\infty}} \int\limits_V q_i\, z\, dV + \frac{\beta_0}{\delta}\int\limits_1^0 \left(A_3 y + A_4 y^3\right)\Omega_0 dy - \frac{\omega_0}{2\delta}\left[A_2\left(\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + \omega_1\right) - \frac{A_1}{2}\left(3\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + \omega_1\right)\right],$$

$$\Gamma_0 = t_{eS} - 1, \quad (2.4)$$

Здесь $\delta = 2\dfrac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + \omega_1$, $\omega_1 = 1 + 4\dfrac{\sigma_0\sigma_1 R}{\lambda_{iS}} T_{e\infty}^3 t_{eS}^3$, $t_{iS} = t_{i0}(y=1)$, $t_{eS} = t_{e0}(y=1)$.

Среднее значение температуры поверхности слабо испаряющейся капли T_{iS} определяется из решения следующей системы уравнений, в которой $T_{iS} = t_{iS} T_{e\infty}$, $T_{eS} = t_{eS} T_{e\infty}$

$$\begin{cases} t_{eS} = t_{iS} \\ t_{eS} - 1 = \dfrac{1}{4\pi R \lambda_{eS} T_{e\infty}} \int\limits_V q_i dV - \sigma_0 \sigma_1 \dfrac{R T_{e\infty}^3}{\lambda_{eS}}\left(t_{iS}^4 - 1\right) \end{cases} \quad (2.5)$$

где $\lambda_{iS} = t_i(T_{iS})$, $\lambda_{eS} = t_e(T_{eS})$.

Общая сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности частицы и имеет вид [Ландау, 1988]:

$$F_z = \int\limits_{(S)} \left(-P_e \cos\theta + \sigma_{rr}\cos\theta - \sigma_{r\theta}\sin\theta\right) r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi \Big|_{r=R}. \quad (2.6)$$

Здесь σ_{rr}, $\sigma_{r\theta}$, U_r^e и $U_\theta^e -$ компоненты тензора напряжений, радиальная и касательная компоненты массовой скорости, $\sigma_{rr} = \mu_e\left(2\dfrac{\partial U_r^e}{\partial y} - \dfrac{2}{3} div U_e\right)$, $\sigma_{r\theta} = \mu_e\left(\dfrac{\partial U_\theta^e}{\partial y} + \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial U_r^e}{\partial\theta} - \dfrac{U_\theta^e}{y}\right)$.

Подставляя полученные выше выра6жения в (2.6), после интегрирования получаем, что общая сила, действующая на частицу, складываться из силы вязкого сопротивления среды $\mathbf{F}_{\boldsymbol{\mu}}$, диффузиофоретической силы $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{Dh}}$, фотофоретической силы $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ph}}$, сил $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mh}}^{(1)}$ и $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mh}}^{(2)}$, обусловленных движением среды (т.е. учета конвективного члена в уравнениях теплопроводности вне и внутри слабо испаряющейся капли):

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{\mu}} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{Dh}} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ph}} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mh}}^{(1)} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mh}}^{(2)}, \quad (2.7)$$

где $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{\mu}} = -6\pi R\mu_{eS} f_\mu U\, \boldsymbol{n_z}$, $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{Dh}} = -6\pi R\mu_{eS} f_{Dh}\left|\nabla C_{1\infty}\right| \boldsymbol{n_z}$,

$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ph}} = -6\pi R\mu_{eS} f_{ph}\int\limits_V q_i z\, dV\, \boldsymbol{n_z}$, $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mh}}^{(1)} = -6\pi R\mu_{eS} f_{mh}^{(1)}\omega_0\, \boldsymbol{n_z}$, $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mh}}^{(2)} = -6\pi R\mu_{eS} f_{mh}^{(2)}\beta_0\, \boldsymbol{n_z}$.

(2.8)

Значения коэффициентов f_μ, f_{Dh}, f_{ph}, $f_{mh}^{(1)}$и $f_{mh}^{(2)}$ могут быть оценены из следующих выражений:

$$f_\mu = \frac{1+\dfrac{2\mu_{eS}}{3\mu_{eS}}}{1+\dfrac{\mu_{eS}}{\mu_{iS}}}, \qquad f_{Dh} = K_{DS}\frac{D_{12}^{(S)}}{1+\dfrac{\mu_{eS}}{\mu_{iS}}},$$

$$f_{ph} = \frac{1}{2\pi R^3\lambda_{iS}}\frac{1}{\delta T_{e\infty}\left(1+\dfrac{\mu_{eS}}{\mu_{iS}}\right)}\left(K_{TS}\frac{\nu_{eS}}{t_{eS}}+\frac{R}{3\mu_{iS}}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i}\right), \tag{2.9}$$

$$f_{mh}^{(1)} = -\frac{1}{6R}\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}}\frac{1}{\delta\left(1+\dfrac{\mu_{eS}}{\mu_{iS}}\right)}\left(K_{TS}\frac{\nu_{eS}}{t_{eS}}+\frac{R}{3\mu_{iS}}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i}\right)\left(1+\frac{2}{3}\frac{1+\dfrac{2\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}}{1+\dfrac{\mu_{eS}}{\mu_{iS}}}\right),$$

$$f_{mh}^{(2)} = \frac{1}{\delta R\left(1+\dfrac{\mu_{eS}}{\mu_{iS}}\right)}\left(K_{TS}\frac{\nu_{eS}}{t_{eS}}+\frac{R}{3\mu_{iS}}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i}\right)\left(1-\frac{1+\dfrac{2\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}}{1+\dfrac{\mu_{eS}}{\mu_{iS}}}\right)\Omega_1,\ \Omega_1 = \int_0^1\left(y^3-y\right)\Omega_0 dy,$$

$\omega_0 = \Pr\Gamma_0$, $\Omega_0(y) = \int_0^y \psi_0\, dy$, $\beta_0 = \dfrac{\rho_i c_{pi}\mu_{eS}}{\lambda_{iS}\rho_e}$, $\boldsymbol{n_z}$ – единичный вектор в направлении оси Oz.

Приравнивая полную силу к нулю (капля движется равномерно), получаем общее выражение для скорости упорядоченного движения слабо испаряющейся капли, которая будет складываться из диффузиофоретической, фотофоретической скоростей и скоростей, обусловленных движением среды (т.е. учета конвективного члена в уравнениях теплопроводности вне и нутрии слабо испаряющейся капли):

$$\boldsymbol{U_p} = -\left(h_{Dh}\left|\nabla C_{1\infty}\right| + h_{ph}\int_V q_i z\, dV + h_{mh}^{(1)}\omega_0 + h_{mh}^{(2)}\beta_0\right)\boldsymbol{n_z}, \tag{2.10}$$

Здесь $h_{Dh} = \dfrac{f_{Dh}}{f_\mu}$, $h_{ph} = \dfrac{f_{ph}}{f_\mu}$, $h_{mh}^{(1)} = \dfrac{f_{mh}^{(1)}}{f_\mu}$, $h_{mh}^{(2)} = \dfrac{f_{mh}^{(2)}}{f_\mu}$.

Полученные выше формулы (2.7), (2.10) позволяют оценивать влияние движения среды и нагрева поверхности частицы на величину силы и скорости слабо испаряющейся капли.

Из формул (2.7), (2.10) видно, что вклад движения среды пропорционален коэффициентам $\omega_0 = \Pr\Gamma_0$ и β_0, соответственно. Причем их вклады в общую силу и в скорость упорядоченного движения слабо испаряющейся капли разные по знаку: первый вклад отрицательный, а второй – положительный. Учитывая, что для большинства газов число Прандтля порядка единицы, то вклад пропорциональный коэффициенту ω_0 определяется значением коэффициента $\Gamma_0 = t_{eS} - 1$. Коэффициент Γ_0 определяется из решения системы уравнений (2.5). Для решения этой системы уравнений необходимо задать явный вид распределения плотности тепловых источников внутри частицы. Таким образом, на величину силы и скорости слабо испаряющейся капли движение среды (учет конвективного члена в уравнении теплопроводности) оказывает вклад нагрев поверхности частицы. Это позволяет использовать полученные формулы при разработке методов тонкой очистки газов от аэрозольных частиц; при проектировании экспериментальных установок, в которых необходимо обеспечить направленное движение аэрозольных частиц и т.д. Вклад в силу и скорость упорядоченного движения слабо испаряющейся капли от коэффициента β_0 (учитывающего внутренние течения в капле) зависит от значения коэффициента $\Omega_0(y)=\int\limits_0^y \psi_0\,dy$ ($\psi_0=-\dfrac{R^2}{2\lambda_i T_{e\infty}}y^2\int\limits_{-1}^{+1} q_i(r,\theta)dx$). Чтобы оценить его вклад необходимо конкретизировать природу и плотность тепловых источников. В случае электромагнитного нагрева поверхности капли, степень неоднородности распределения энергии излучения в частице зависит от оптических констант материала частицы (m_S) и параметра дифракции (x_a). В этом случае выражение для плотности излучения в частице, трансформируемой в тепло, можно записать в виде $q_i=4\pi\dfrac{n_S a_S}{n_0\lambda_0}I_0 B_S$, где $m_S=n_S+ia_S$, $x_a=2\pi R/\lambda_0$, n_S- показатель преломления, a_S- показатель поглощения, n_0- показатель преломления среды, I_0,λ_0- интенсивность и длина волны изучения, B_S- функция координат, рассчитываемая по теории Ми [Береснев, 2003; Борен, 1986].

Для оценки вклада движения среды рассмотрим наиболее простой случай, когда частица поглощает излучение как черное тело. В этом случае поглощение происходит в тонком слое толщиной *δR<<R*, прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя толщиной *δR* определяется с помощью формулы [Малай, 2012]

$$q_i=\begin{cases}-\dfrac{I_0}{\delta R}\cos\theta,\ \dfrac{\pi}{2}\le\theta\le\pi,\ R-\delta R\le r\le R\\ 0,\quad 0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

где I_0- интенсивность падающего излучения. С учетом этого имеем следующее выражение

$$\frac{1}{4\pi R\lambda_i T_{e\infty}}\int\limits_V q_i dV=\pi R^2 I_0\,. \tag{2.11}$$

В этом случае среднее значение температуры поверхности частицы T_{iS} определяется из решения следующей системы уравнений ($T_{iS}=t_{iS}\,T_{e\infty}$, $T_{eS}=t_{eS}\,T_{e\infty}$)

$$\begin{cases} t_{eS}=t_{iS}\\ t_{eS}=1+\dfrac{R}{4\lambda_e T_{e\infty}}I_0-\sigma_0\sigma_1\dfrac{RT_{e\infty}^3}{\lambda_e}\left[t_{iS}^4-1\right]\end{cases}, \tag{2.12}$$

Из формул видно, что величина и направление силы и скорости фотофореза крупной слабо испаряющейся капли определяется величиной и направлением дипольного момента плотности тепловых источников $\int\limits_V q_i\,z\,dV$. В тех случаях, когда дипольный момент отрицательный (когда большая часть тепловой энергии выделяется в той части частицы, которая обращена к потоку излучения), частица движется в направлении падающего излучения. Если дипольный момент положительный (большая часть тепловой энергии выделяется в теневой части частицы),частица будет двигаться навстречу направления распространения излучения. Плотность тепловых источников при увеличении интенсивности электромагнитного излучения возрастает линейно. Отсюда следует, что фотофоретическая сила и скорость с увеличением интенсивности электромагнитного излучения возрастает линейно. При постоянной величине дипольного момента, увеличение радиуса R частицы приводит к уменьшению фотофоретической силы и скорости обратно пропорционально R^3. Фотофоретическая сила и скорость существенно зависят и от теплопроводности вещества частицы. При $\lambda_{iS} \to \infty$ (высоко теплопроводные частицы) сила и скорость фотофореза, при фиксированной величине дипольного момента, стремятся к нулю. Для абсолютно черно тела $\int\limits_V q_i\, z\, dV = -\frac{2}{3}\pi R^3 I_0$.

Вклад в силу и скорость упорядоченного движения слабо испаряющейся капли, как видно из формул (2.9) оказывает зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры. Для большинства жидкостей величина $\frac{\partial\sigma}{\partial t_i} < 0$, т.е. поверхностное натяжение жидкости, уменьшается с температурой, а коэффициент K_{TS} имеет положительное значение. Как видно из формул (2.9) в выражения, кроме диффузиофореза, входит множитель $\left(K_{TS}\frac{\nu_{eS}}{t_{eS}} + \frac{R}{3\mu_{iS}}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i}\right)$. Это означает, что в случае крупных частиц существует некоторый критический радиус, при котором капля будет двигаться только за счет диффузиофоретической силы.

Полученные выражения для силы и скорости диффузиофореза слабо испаряющейся капли указывают на то, что движение среды (учет конвективных членов в уравнении теплопроводности) не оказывают влияние на диффузиофорез. Аналогичный результат имеет место и для крупной нелетучей частицы сферической формы [Яламов, 1972].

При $\omega_0 = 0$ и $\beta_0 = 0$ мы получаем выражения для чистого диффузиофоретического и фотофоретического движения крупной слабо испаряющейся капли [Яламов, 1972], а при $\mu_{iS} \to \infty$ и $\sigma \to 0$ полученные формулы переходят в соответствующие выражения для диффузиофореза и фотофореза крупной твердой частицы сферической формы [Яламов, 1972; Кутуков, 1976; Малай, 2006].

Заключение

В квазистационарном приближении при числах Рейнольдса и Пекле много меньших единицы решена задача о влиянии движения среды (учет конвективных членов в уравнениях диффузии и теплопроводности) на диффузио-и фотофорез крупной слабо испаряющейся капли сферической формы, внутри которой действуют тепловые источники в бинарной вязкой газообразной среде. Получены аналитические формулы для силы и скорости упорядоченного движения капли, в которых учтены тепловое и диффузионное скольжения, зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры, внутренние течения. Проведенные качественные оценки показали, что движение среды не влияет на диффузиофорез.

Список литературы
References

1. Береснев С.А., Кочнева Л.Б., Суетин П.Е. 2003. Фотофорез аэрозолей в атмосфере Земли. Теплофизика и аэромеханика. № 2: 297–311

Beresnev S. A., Kochneva L. B., Suetin P. E. 2003. Photophoresis of aerosols in the earth's atmosphere.Thermophysics and Aeromechanics.No. 2. : 297-311

2. Борен К., Хафмен Д. 1986. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М., Мир, 660 с.

Boren K., Huffman D. 1986. Absorption and scattering of light by small particles. M., Mir, 660 p. Boren K., Huffman D..Absorption and scattering of light by small particles.M., Mir, 660 p.

3. Кутуков В.Б., Щукин Е.Р. 1976. О фотофоретическом движении крупной аэрозольной частицы в поле оптического излучения. Журнал технической физики. Т.46(3): 626–627

Kutukov V. E., Shchukin 1976. On the photophoretic motion of a large Aero-ash particle in the optical radiation field.Journal of technical physics. Vol. 46 (3): 626-627

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. 1988. Теоретическая физика. Т.6. Гидродинамика. М., Наука. 736 с.

Landau L. D., Lifshitz E. M. 1988. Theoretical physics. Vol.6. Hydrodynamics. M., Science. 736 p.

5. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. 2008. Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде. Прикладная механика и техническая физика. Т. 81 (5): 74–80.

Malai N.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A., Ryazanov, K.S. 2008. Gravitational motion of a uniformly heated solid particle in a gaseous medium. Applied mechanics and technical physics. Vol. 81 (5): 74-80.

6. Малай Н.В., Рязанов К.С., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. 2011. О силе, действующей на нагретую сферическую каплю, движущейся в газообразной среде. Прикладная механика и техническая физика. Т. 52(4): 63–71

Malay N.V., Ryazanov, K.S., Shchukin, E. R., Stukalov, 2011. On the force acting on a heated spherical drop moving in a gaseous medium.Applied mechanics and technical physics. Vol. 52 (4): 63-71.

7. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. 2012. Фотофорез нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы. Журнал технической физики. Т. 82(10): 42–49

Malay N.V., Limanskaya A.V., Shchukin, E. R., Stukalov, A.D. 2012. Photophoresis of heated large spherical aerosol particles.Journal of technical physics. Vol. 82 (10): 42-49

8. Малай Н.В., Лиманская А.В, Щукин Е.Р. 2016. Термофоретическое движение нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы. Прикладная механика и техническая физика. Т. 57(2): 164–171

Malay N.V., Limanskaya A.R., Shchukin E., 2016. Thermophoretic motion of heated large spherical aerosol particles.Applied mechanics and technical physics. Vol. 57 (2): 164-171

9. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Плесканев А.А., Стукалов А.А. 2006. Особенности фотофоретического движения умеренно крупных аэрозольных частиц сферической формы. Оптика атмосферы и океана. Т.19(5): 413-418

Malay N.V., Schukin E.R., Pleskanev A., Stukalov A., 2006. Features of photophoretic motion of moderately large spherical aerosol particles.Optics of the atmosphere and ocean. Vol. 19 (5): 413-418

10. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. 1982. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц. Журнал технической физики. Т.52(11): 2253–2661

Poddockin A.B., Yushkanov A.A., Yalamov, Y.I. 1982. Theory of thermophoresis of moderately large aerosol particles.Journal of technical physics. Vol. 52 (11): 2253-2661

11. Хаппель Дж., Бреннер Г. 1976. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М., Мир. 630 с.

Happel J.., Brenner G. 1976. Hydrodynamics at low Reynolds numbers.M., Mir.630 p.

12. Яламов Ю.И., Галоян В.С. 1985. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван., Луйс, 205 с.

Yalamov Y.I., Galoyan V.S. 1985. Dynamics of droplets in inhomogeneous viscous media.Yerevan., Luys, 205 p.

13. Яламов Ю.И., Обухов Б.А. 1972. К теории диффузиофореза крупных нелетучих аэрозольных частиц. Журнал технической физики. XLII(5): 1064–1068

Yalamov, Y.I., Obukhov A.B. 1972. The theory of diffusiophoresis of large aerosol particles non-volatile.Journal of technical physics.XLII(5): 1064-1068

14. Preining O. 1966. Photophoresis. Aerosol Science. Ed. by C.N. Davies. London: Academic Press. : 111–153

Preining O. 1966. Photophoresis. Aerosol Science. Ed. by C.N. Davies. London: Academic Press. : 111–153